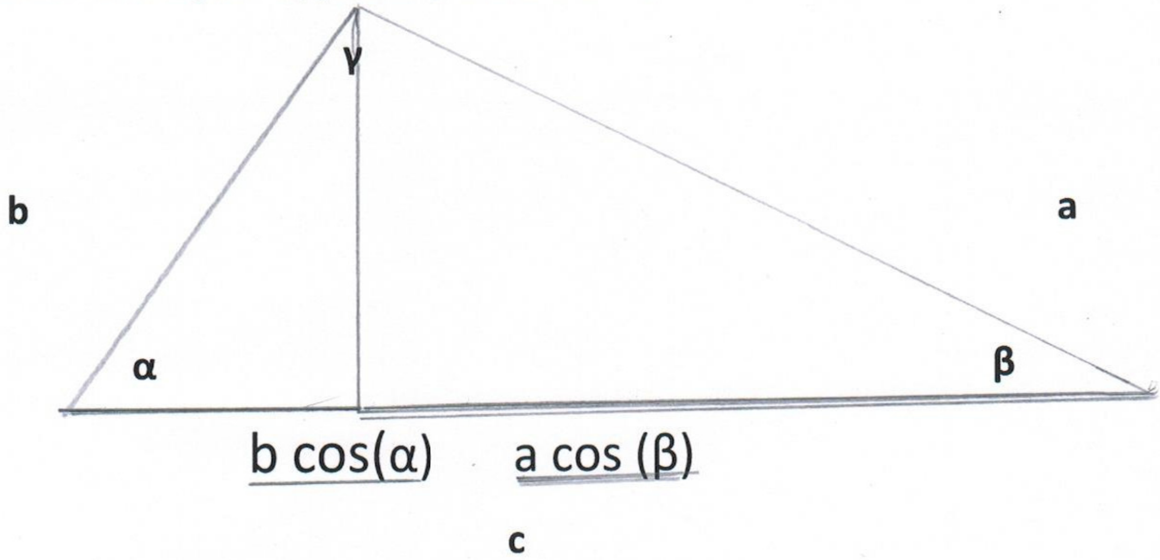
Dimostrazione dell'inverso del Teorema di Pitagora

Ipotesi: dati **a,b,c** lati di un triangolo scaleno

Tesi: $a^2+b^2=c^2$ se e solo se **c** è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo (in particolare l'angolo opposto γ misura **90°)**



$$\sqrt{a^2+b^2} = b\cos(\alpha) + a\cos(\beta)$$

Per dimostrare che questa uguaglianza e' vera solo se

$\gamma = 90°$ impongo $\beta = \pi/2 - \alpha$

$$\sqrt{a^2+b^2} = b\cos(\alpha) + a\cos(\pi/2 - \alpha)$$

$$\sqrt{a^2+b^2} = b\cos(\alpha) + a\,\mathrm{sen}(\alpha)$$

Continuando ad imporre che l'angolo $\gamma=90°$

Si puo' sostituire $\mathrm{sen}(\alpha)= a/c$ e $\cos(\alpha)=b/c$

da cui a= c sen (α)   e   b= cos(α)

$$\sqrt{a^2+b^2} = c \cos(\alpha) \cos(\alpha) + c \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen}(\alpha)$$

$$\sqrt{a^2+b^2} = c \cos^2(\alpha) + c \operatorname{sen}^2(\alpha)$$

$$\sqrt{a^2+b^2} = c \left(\cos^2(\alpha) + \operatorname{sen}^2(\alpha)\right)$$

Ma $\cos^2(\alpha) + \operatorname{sen}^2(\alpha) = 1$

Quindi

$$\sqrt{a^2+b^2} = c$$

$$a^2+b^2=c^2$$

c.v.d.

questta uguaglianza si verifica *se e solo se* il triangolo è rettangolo